Государственное областное бюджетное профессиональное
образовательное учреждение
«Усманский многопрофильный колледж»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

по учебной дисциплине ЕН.03 Теория вероятностей и математическая статистика

Программы подготовки специалистов среднего звена (ППССЗ)

по специальности: 09.02.04 Информационные системы (по отраслям)

по программе базовой подготовки

Усмань 2017

Методические рекомендации по организации и проведению практических работ по учебной дисциплине ЕН.03 Теория вероятностей и математическая статистика по специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям).

Организация-разработчик: Государственное областное бюджетное профессиональное образовательное учреждение «Усманский многопрофильный колледж»

Разработчик: Нижегородова О.М., преподаватель математики

Рассмотрены и утверждены на заседании предметно-цикловой комиссии естественнонаучных дисциплин

Протокол № 6 от 30.06.2017 г.

Председатель предметно-цикловой комиссии естественнонаучных дисциплин ___________________ Коровина Т.В.

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора
по учебно-методической работе Думма Т.А.

\

Введение

Практические занятия, как вид учебных занятий, направлены на экспериментальное подтверждение теоретических положений и формирование учебных и профессиональных практических умений и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

В процессе практического занятия обучающиеся выполняют одно или несколько практических заданий в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.

Содержание практических занятий по учебной дисциплине ЕН.03 Теория вероятностей и математическая статистика должно охватывать весь круг профессиональных умений, на подготовку к которым ориентирована данная дисциплина, а в совокупности охватывать всю профессиональную деятельность, к которой готовится специалист.

При разработке содержания практических занятий следует учитывать, что наряду с формированием умений и навыков в процессе практических занятий обобщаются, систематизируются, углубляются и конкретизируются теоретические знания, вырабатывается способность и готовность использовать теоретические знания на практике, развиваются интеллектуальные умения.

Выполнение обучающимися практических занятий проводится с целью:

- формирования практических умений в соответствии с требованиями к уровню подготовки обучающихся, установленными ФГОС и рабочей программой учебной дисциплины ЕН.03 Теория вероятностей и математическая статистика по конкретным разделам и темам дисциплины;

- обобщения, систематизации, углубления, закрепления полученных теоретических знаний;

- совершенствования умений применять полученные знания на практике, реализации единства интеллектуальной и практической деятельности;

- развития интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;

- выработки таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива при решении поставленных задач при освоении общих и профессиональных компетенций.

Соответственно в процессе освоения учебной дисциплины Теория вероятностей и математическая статистика обучающиеся должны овладеть:

умениями:

- вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики;
- использовать методы математической статистики;

знаниями:

- основы теории вероятностей и математической статистики;
- основные понятия теории графов.

Выше перечисленные умения и знания направлены на формирование следующих профессиональных и общих компетенций студентов:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.1. Собирать данные для анализа использования и функционирования информационной системы, участвовать в составлении отчетной документации, принимать участие в разработке проектной документации на модификацию информационной системы.

ПК 1.2. Взаимодействовать со специалистами смежного профиля при разработке методов, средств и технологий применения объектов профессиональной деятельности.

ПК 1.4. Участвовать в экспериментальном тестировании информационной системы на этапе опытной эксплуатации, фиксировать выявленные ошибки кодирования в разрабатываемых модулях информационной системы.

ПК 2.3. Применять методики тестирования разрабатываемых приложений.

Данные методические указания по организации и проведению практических работ составлены в соответствии с содержанием рабочей программы учебной дисциплины Теория вероятностей и математическая статистика специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям) по программе углубленной подготовки.

Учебная дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика изучается в течение одного семестра. Общий объем времени, отведенный на выполнение практической работы по учебной дисциплине Теория вероятностей и математическая статистика, составляет в соответствии с учебным планом и рабочей программой– 32 часа.

Методические рекомендации призваны помочь студентам правильно организовать работу и рационально использовать свое время при овладении содержанием учебной дисциплины Теория вероятностей и математическая статистика, закреплении теоретических знаний и практических умений.

Распределение часов на выполнение практической работы студентов по разделам и темам учебной дисциплины

Наименование раздела, темы	**Количество часов на ПР**
Раздел 1. Основы комбинаторики	**4**
Тема 1.1. Основы комбинаторики	4
Раздел 2. Основы теории вероятности	**16**
Тема 2.1. Случайные события и их вероятности	4
Тема 2.2. Вероятности сложных событий	4
Тема 2.3. Дискретные случайные величины	2
Тема 2.4. Непрерывные случайные величины	6
Раздел 3. Элементы математической статистики	**10**
Тема 3.1. Выборки и их характеристики	6
Тема 3.2 Элементы математической статистики	4
Раздел 4. Теория графов	**2**

Тема 4.1 Основные понятия теории графов	2
Всего:	**32**

Перечень рекомендуемой литературы

Основные источники:

1. Спирина М.С., Спирин П.А Теория вероятностей и математическая статистика / М.С. Спирина. – М.: Академия. – 2017. – 352с.
2. Спирина М.С., Спирин П.А Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике /М.С. Спирина. – М.: Академия. – 2017. – 184с.

Дополнительные источники:

3. Григорьев В.П., Дубинский Ю.А., Сабурова Т.Н. Теория вероятностей и математическая статистика / В.П. Григорьев. – М.: Академия. – 2017. – 400 с.
4. Григорьев В.П., Сабурова Т.Н. Сборник задач по высшей математике / В.П. Григорьев. – М.: Академия. – 2017. – 157 с.
5. Богомолов Н.В. - Практические занятия по математике. – М.: ЮРАЙТ, 2017.

Интернет-ресурсы:

1. Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов http://school-collection.edu.ru/collection/matematika
2. Московский центр непрерывного математического образования http://www.mccme.ru
3. Вся элементарная математика: Средняя математическая интернет-школа http://www.bymath.net
4. Газета «Математика» Издательского дома «Первое сентября» http://mat.1september.ru
5. Задачи по геометрии: информационно-поисковая система http://zadachi.mccme.ru
6. Интернет-проект «Задачи» http://www.problems.ru
7. Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике online) http://www.mathtest.ru
8. Образовательные платформы ЭБС «Юрайт» и «Знаниум».

Раздел 1. Основы комбинаторики
Тема 1.1. Основы комбинаторики

Практическая работа №1

Название работы: Решение задач на вычисления перестановок и размещений.
Цель работы: Приобрести навыки вычисления перестановок и размещений при решении вероятностных задач.
Основные понятия:

Сочетаниями из n (различных) элементов по **k** элементов называют комбинации, составленные из данных n элементов по k элементов, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!*(n-k)!}$$

Размещениями из n различных элементов по k элементов называют комбинации, составленные из данных n элементов по k элементов, которые различаются между собой либо самими элементами, либо их порядком.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Исходные данные (задание):

1. Мама оставила Маше к чаю 3 конфеты: мишка, коровка, трюфель. Сколькими способами она может съесть конфеты?
2. В футбольном матче участвуют 16 команд. Сколькими способами могут быть распределены медали?
3. Сколько различных 3-х значных чисел можно составить из множества цифр {1, 2, 3, 4, 5} без повторений?
4. Составить для множества {a,b,c} перестановки и определить их количество.
5. По результатам футбольного чемпионата 2 худшие команды выбывают во 2-ю лигу. Сколько существует способов перехода команд во 2 лигу, если общее количество команд 16?
6. Сколькими способами можно карточку спортлото «5 из 36». При игре в спортлото необходимо выбрать 5 крестиков из 36 клеток. Порядок расстановки не важен.
7. Сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы из слова «ЧИСЛО»
8. Сколькими способами можно выбрать три различных краски из имеющихся пяти?
9. На первом этаже одиннадцатиэтажного дома в лифт вошли 3 человека. Сколькими способами пассажиры лифта могут распределиться по этажам этого дома?
10. Сколько различных четырёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, если любая цифра может повторяться несколько раз?

Порядок выполнения:

1. Познакомиться с теоретическим материалом
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.
4. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

Литература:

1. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для студентов СПО. – М.: Академия, 2017. – 352 с.

2. Спирина М.С., Спирин П.А Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике /М.С. Спирина. – М.: Академия. – 2017. – 184с.

Практическая работа №2

Название работы: Решение задач на вычисление сочетаний.
Цель работы: Приобрести навыки вычисления сочетаний при решении вероятностных задач.
Основные понятия:

Сочетаниями из n (различных) элементов по **k** элементов называют комбинации, составленные из данных n элементов по k элементов, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!*(n-k)!}$$

Исходные данные (задание):

$$1)\ \frac{C_{x+1}^{x-1}}{C_x^{x-3}} = \frac{4}{5};\quad 2)\ \frac{A_{k+1}^4 P_{k-4}}{P_{k-1}} = 15;\quad 3)\ C_{x+1}^{x-4} = \frac{7}{15}A_{x+1}^3;\quad 4)\ C_x^{x-3} + C_x^{x-4} = 11C_{x+1}^2;\quad 5)\ A_{2k}^3 = 100A_k^2;\quad 6)\ C_k^3 : C_k^5 = 2:3.$$

7. В шахматном турнире участвуют 16 человек. Сколько партий должно быть сыграно в турнире, если между любыми двумя участниками должна быть сыграна одна партия?
8. В условиях задачи 6 определить, сколько существует вариантов распределения призов, если по всем номинациям установлены одинаковые призы?
9. Садовник должен в течении трех дней посадить 6 деревьев. Сколькими способами он может распределить по дням работу, если будет сажать не менее одного дерева в день?
10. Сколько существует четырехзначных чисел (возможно, начинающихся с нуля), сумма цифр которых равна 5?
11. Сколькими способами можно разбить группу из 25 студентов на три подгруппы А, В и С по 6, 9 и 10 человек соответственно?

Задача 12. Сколько существует семизначных чисел, состоящих из цифр 4, 5 и 6, в которых цифра 4 повторяется 3 раза, а цифры 5 и 6 – по 2 раза?

Порядок выполнения:

5. Познакомиться с теоретическим материалом
6. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
7. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.
8. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

Литература:

1. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для студентов СПО. – М.: Академия, 2017. – 352 с.

Раздел 2. Основы теории вероятности

Тема 2.1. Случайные события и их вероятности

Практическая работа №3

Название работы: Вычисление вероятностей событий по классической формуле определения вероятности.
Цель работы: Приобрести навыки применения классических формул определения вероятностей при решении задач.
Исходные данные (задание):

Задача 1. Среди сотрудников фирмы 28% знают английский язык, 30% – немецкий, 42% – французский; английский и немецкий – 8%, английский и французский – 10%, немецкий и

французский – 5%, все три языка – 3%. Найти вероятность того, что случайно выбранный сотрудник фирмы:
а) знает английский или немецкий;
б) знает английский, немецкий или французский;
в) не знает ни один из перечисленных языков.

Задача 2. В семье – двое детей. Какова вероятность, что старший ребенок – мальчик, если известно, что в семье есть дети обоего пола?

Задача 3. Мастер, имея 10 деталей, из которых 3 – нестандартных, проверяет детали одну за другой, пока ему не попадется стандартная. Какова вероятность, что он проверит ровно две детали?

Задача 4. В одном ящике 3 белых и 5 черных шаров, в другом ящике – 6 белых и 4 черных шара. Найти вероятность того, что хотя бы из одного ящика будет вынут белый шар, если из каждого ящика вынуто по одному шару.

Задача 5. Три экзаменатора принимают экзамен по некоторому предмету у группы в 30 человек, причем первый опрашивает 6 студентов, второй — 3 студентов, а третий — 21 студента (выбор студентов производится случайным образом из списка). Отношение трех экзаменаторов к слабо подготовившимся различное: шансы таких студентов сдать экзамен у первого преподавателя равны 40%, у второго — только 10%, у третьего — 70%. Найти вероятность того, что слабо подготовившийся студент сдаст экзамен.

Задача 6. Фирма имеет три источника поставки комплектующих – фирмы А, В, С. На долю фирмы А приходится 50% общего объема поставок, В – 30% и С – 20%. Из практики известно, что среди поставляемых фирмой А деталей 10% бракованных, фирмой В – 5% и фирмой С – 6%. Какова вероятность, что взятая наугад деталь окажется годной?

Задача 7 (см. задачу 6). Пусть известно, что студент не сдал экзамен, т.е. получил оценку «неудовлетворительно». Кому из трех преподавателей вероятнее всего он отвечал?

Порядок выполнения:

1. Познакомиться с теоретическим материалом
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.
4. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

Литература:

1. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для студентов СПО. – М.: Академия, 2017. – 352 с.

Практическая работа №4

Название работы: Вычисление вероятности противоположного события.

Цель работы:

Приобретение базовых знаний в области теории вероятности. Повторение и систематизация знаний по данной теме.

Ход работы:

1. Познакомиться с теоретическим материалом.
2. Выполнить краткий конспект в рабочих тетрадях (основные определения, формулы, примеры).
3. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу.
4. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

1. Основные понятия

К основным понятиям теории вероятности относятся: *испытание, событие, вероятность.*

Испытание – реализация комплекса условий, в результате которого непременно произойдет какое-либо событие. Например, бросание монеты – испытание; появление герба или цифры – события.

Случайным событием называется событие, которое при осуществлении испытания может произойти, а может и не произойти. Например, выстрел по цели — это опыт, случайные события в этом опыте – попадание в цель или промах.

Событие называется **достоверным**, если в результате опыта оно непременно должно произойти, и **невозможным**, если оно заведомо не произойдет. События называются **несовместными**, если ни какие два из них не могут появиться вместе. Например, попадание и промах при одном выстреле – это несовместные события.

Каждое событие обладает какой-то степенью возможности. Числовая мера степени объективной возможности события - это **вероятность события**. Вероятность события А обозначается Р(А).

Пусть из системы n несовместных равновозможных исходов испытания m исходов благоприятствуют событию А. Тогда **вероятностью** события А называют отношение m числа исходов, благоприятствующих событию А, к числу n всех исходов данного испытания: **$P(A)=m/n$**.

Если В – достоверное событие, то $P(B)=1$; если С – невозможное событие, то $P(C)=0$, если А – случайное событие, то $0<P(A)<1$.

Правила суммы и произведения (комбинаторика)

Правило суммы: Если некоторый объект А может быть выбран из совокупности объектов m способами, а другой объект В может быть выбран n способами, то выбрать объект либо А, либо В можно m+n способами.

Правило произведения: Если объект А можно выбрать из совокупности объектов m способами и после каждого такого выбора объект В можно выбрать n способами, то пара объектов (А,В) в указанном порядке может быть выбрана mn способами.

При вычислении вероятности часто приходится использовать формулы комбинаторики.

2. Примеры

1.1. Игральную кость подбрасывают один раз. Найти вероятность появления четного числа очков.

Решение. Опыт имеет шесть равновозможных независимых исходов (появление одного, двух, трех, четырех, пяти и шести очков), образующих полную систему. Событию благоприятствуют три исхода (появление двух, четырех и шести очков), поэтому n=6, m=3, $P(A)=3/6=1/2$

2.2. В партии из 100 деталей имеется 5 бракованных. Найти вероятность того, что взятая наугад деталь окажется бракованной.

Решение. Событие А – взятая деталь оказалась бракованной.

n=100, m=5, $P(A) = \frac{5}{100} = 0,05$

2.3. В партии из 100 деталей имеется 6 бракованных. Найти вероятность того, что взятые наугад 2 детали окажутся бракованными.

Решение. В этой задаче нас не интересует порядок расположения выбранных деталей, поэтому воспользуемся формулой для подсчета числа **сочетаний** из 6 элементов по 2.

$C_n^m = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$ $\qquad$ $C_6^2 = \dfrac{6!}{2!4!} = \dfrac{5\cdot 6}{2!} = 15$

т.е. m = 15, n=100, тогда $P(A) = \frac{15}{100} = 0{,}15$.

3. Задачи для самостоятельной работы

1. В коробке 10 конфет, из которых 2 конфеты с белой начинкой, 3 с красной начинкой и 5 с черной начинкой. Наудачу извлечены 3 конфеты. Какова вероятность того, что все 3 конфеты с разной начинкой?
2. На 6 одинаковых карточках написаны буквы О, В, А, М, К, С. Эти карточки наудачу разложены в ряд. Какова вероятность того, что получится слово МОСКВА?
3. В классе 17 девочек и 14 мальчиков. Определить вероятность того, что оба вызванных ученика окажутся девочками?
4. В группе 20 студентов, среди них 14 юношей. Найти вероятность того, что среди наудачу выбранных 6-ти студентов будут 3 девушки и 3 юноши.
5. « Вороне где-то Бог послал кусочек сыра», брынзы, колбасы, сухарика и шоколада. « На ель Ворона взгромоздясь, позавтракать совсем уж было, собралась, да призадумалась »:
   а) если есть кусочки по очереди, то из скольких вариантов придется выбирать;
   б) сколько получится «бутербродов» из двух кусочков;
   в) если съесть сразу три кусочка, а остальные спрятать, то из скольких вариантов придется выбирать;
   г) сколько получится вариантов, если какой-то кусочек все-таки бросить Лисе, а потом ответить на вопрос пункта а)?

Тема 2.2. Вероятности сложных событий

Практическая работа №5

Название работы: Составление события в результате сложения или умножения событий, вычисление вероятности таких событий

Цель работы: Текущий контроль полученных знаний и умений, навыков применения формул и теорем теории вероятностей при решении задач.

Исходные данные (задание):

Задание №1 Сколькими способами можно составить трёхцветный флаг с горизонтальными полосами, если имеется материал 5 различных цветов?

Задание №2 Из 10 коммерческих банков 4 находятся за чертой города. Налоговый инспектор выбирает наугад для проверки 3 банка. Какова вероятность того, что хотя бы 2 из них – в черте города?

Задание №3 В результате многолетних наблюдений вероятность дождя 15 июля в городе Н составляет 0,4. Найти наивероятнейшее число долждливых дней 15 июля на ближайшие 25 лет.

Задание №4 В лифт шестиэтажного дома на первом этаже вошли два человека, каждый из которых с равной возможностью может выйти на любом этаже, начиная со второго. Найти вероятность р того, что оба пассажиры выйдут вместе.

Задание №5 Если вероятность наступления события А в каждом испытании равна 0,003, значение функции Пуассона при $\lambda = 6$, $m = 4$ равно 0,1339, то вероятность того, что событие А наступит 4 раза в 2000 испытаниях, равна?

Порядок выполнения:

1. Познакомиться с теоретическим материалом
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.
4. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

Литература:

1. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для студентов СПО. – М.: Академия, 2017. – 352 с.

Практическая работа №6

Название работы: Вычисление полной вероятности. Формула Байеса

Цель: закрепить и проверить знания и умения по нахождению вероятности сложных событий и полной вероятности.

Оборудование: канцелярские принадлежности, методическая разработка, конспект лекций.

Порядок работы:

1. Внимательно ознакомиться с темой и целью работы.
2. Повторить краткий теоретический материал.
3. Выполнить входной контроль – тест.
4. Внимательно ознакомиться с заданием практической работы и выполнить его.
5. Устно ответить на вопросы для самоконтроля.

Входной контроль.

1. На экзамене 51 билет, Валера не выучил 11 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный билет.
2. В каждой шестой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Валя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Валя не найдет приз в своей банке?
3. Родительский комитет закупил 9 пазлов для подарков детям на окончание года, из них 4 с картинами известных художников и 5 с изображениями животных. Подарки распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что Ренате достанется пазл с животным.
4. У дедушки 11 чашек: 8 с красными звездами, остальные с золотыми. Дедушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с золотыми звездами.
5. В среднем на 65 карманных фонариков приходится один неисправный. Найдите вероятность купить работающий фонарик.
6. Юра с папой решили покататься на колесе обозрения. Всего на колесе девять кабинок, из них 6 — синие, 2 — зеленые, остальные — оранжевые. Кабинки по очереди подходят к платформе для посадки. Найдите вероятность того, что Юра прокатится в оранжевой кабинке
7. Телевизор у Светы сломался и показывает только один случайный канал. Света включает телевизор. В это время по двум каналам из сорока одного показывают новости. Найдите вероятность того, что Света попадет на канал, где новости не идут.
8. У бабушки 10 чашек: 8 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами
9. Коля выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 17.
10. Андрей наудачу выбирает двузначное число. Найдите вероятность того, что оно оканчивается на 5.

Краткий теоретический материал.

<u>Теорема1</u>: Вероятность суммы двух **несовместных** событий равна сумме вероятностей этих событий: P(A+B)=P(A)+P(B).

<u>Теорема 2</u>: Вероятность суммы двух **совместных** событий А и В равна сумме их вероятностей без вероятности их совместного появления, т.е. P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB).

Пример 1. Найти вероятность **суммыпротивоположных** событий.

Решение: События А и А несовместны, следовательно Р(А +А) = Р(А) + Р(А). Сумма двух противоположных событий есть событие достоверное, поэтому Р(А +А)= 1. Тогда Р(А) + Р(А) =1. Отсюда следует :

Р(А) = 1 - Р(А).

Пример 2. В урне 3 красных, 5 синих и 2 белых шара. Наудачу вынимают один шар. Какова вероятность того, что шар окажется цветным?

Решение: Пусть событие А- вынут синий шар, событие В- красный шар. Эти события несовместны. Интересующее событие- вынут цветной шар, означает, что вынут красный или синий, т.е. событие А+В. используем теорему о сумме несовместных событий Р(А+В)=Р(А)+Р(В). вычислим вероятности событий А и В:

Р(А)=5/10=1/2; Р(В)=3/10. Тогда искомая вероятность равна Р(А+В) = 1/2+3/10= 8/10=0,8.

Пример 3. На 100 лотерейных билетов приходится 5 выигрышных. Какова вероятность выигрыша хотя бы по одному билету, если приобретено: а) 2 билета; б) 4 билета?

Решение. Пусть событие A_i ={выигрыш по i -му билету}, i =1, 2, 3, 4. События A_i - совместные, но зависимые.

а) По формулам (8) и (4) вероятность выигрыша хотя бы по одному из двух билетов

$$P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1)\cdot P(A_2/A_1) =$$

$$= \frac{5}{100} + \frac{5}{100} - \frac{5}{100}\cdot\frac{4}{99} = 0{,}098.$$

Два события А и В называются **независимыми**, если появление одного из них не изменяет вероятности появления другого.

События А и В называются **зависимыми**, если появление одного из них изменяет вероятность появления другого.

Условной вероятностью P_A(В) называется вероятность события В, вычисленная в предположении, что событие А уже произошло. Обозначив условную вероятность $P(A/B)$, получим формулу

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)},\ (P(B) \neq 0).$$

<u>Теорема 3</u>: Вероятность произведения двух зависимых событий А и В равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, в предположении, что первое уже произошло, т.е. Р(АВ)= Р(А)P_A(В)

<u>Теорема 4:</u> Вероятность произведения двух независимых событий А и В равна произведению их вероятностей Р(АВ)=Р(А)Р(В).

Пример 4. По мишени стреляют три стрелка. Вероятности попадания соответственно равны 0,7; 0,8 и 0,9. Найти вероятность того, что попадут все три.

Решение:

Пусть событие А- попал 1-й, В- 2-й и С-3-й. Эти события независимые, тогда применяя соответствующую теорему получим, что вероятность совместного появления всех трех событий равна: Р(АВС)=Р(А)Р(В)Р(С)= 0,7·0,8·0,9=0,504.

Пример 5. Определить вероятность того, что выбранное наудачу изделие является первосортным, если известно, что 4 % всей продукции является браком, а 75 % небракованных изделий удовлетворяют требованиям первого сорта.

Решение. Пусть событие А={выбранное изделие небракованное}, событие В={небракованное изделие удовлетворяет требованиям первого сорта}, событие С={выбранное наудачу изделие первосортное}. Событие С предоставляет собой произведение событий А и В: С=АВ. По условию $P(A)=1-0{,}04=0{,}96$, $P(B/A)=0{,}75$. Тогда по теореме умножения вероятностей (см. 2.1) искомая вероятность $P(AB)=P(A)\cdot P(B/A)=0{,}96\cdot 0{,}75=0{,}72$.

Вероятность Р(В) появления события В, которое может произойти только совместно с одним из событий $H_1, H_2, ..., H_n$, образующих полную группу попарно несовместных событий, т. е. $H_i\cdot H_j\neq\phi,\ i\neq j$ и $\sum_{i=1}^{n}H_i=D$, вычисляется по ***формуле полной вероятности***

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(B/H_i),\ \ \textbf{где}\ \sum_{c=1}^{n}P(H_i)=1.$$

При этом события $H_1, H_2, ..., H_n$ обычно называют **гипотезами**, а числа $P(H_i)$ - вероятностями гипотез.

Условная вероятность гипотезы H_i в предположении, что событие В уже имеет место, определяется по формуле Байеса:

$$P(H_i/B)=\frac{P(BH_i)}{P(B)}=\frac{P(H_i)P(B/H_i)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(B/H_i)},\ \ (i=1,2,...,n)$$

Вероятности $P(H_i/B)$, вычисленные по формуле Байеса, часто называют вероятностями гипотез.

Задания для практической работы.

1 Вариант.

1) Какова вероятность того, что при одном бросании игральной кости выпадет не 6 очков?

2) Многократные испытания показали, что для некоторого стрелка вероятность выбить при стрельбе 10 очков равна 0,1 , а вероятность выбить 9 очков равна 0,3. чему равна для этого стрелка вероятность выбить не менее 9 очков?

3) В одной партии электролампочек 3% бракованных, а в другой – 4%. Наугад берут по одной лампочке из каждой партии. Какова вероятность того, что обе лампочки окажутся бракованными?

4) На технический контроль качества предъявляется партия из 1000 деталей, в которой 200 деталей изготовлено на заводе А, 300 деталей – на заводе В, остальные – на заводе С. Доля брака зависит от завода-изготовителя и составляет для завода А и В 15%, а для завода С – 30%. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь окажется отличного качества.

5) Из 50 деталей 18 изготовлены в первом цехе, 20 – во втором, остальные – в третьем. Первый и третий цеха дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,9, второй – с вероятностью 0,6. Взятая деталь оказалась отличного качества. Какова вероятность того, что деталь изготовлена во втором цехе?

2 Вариант.

1) Вероятность появления бракованной детали в партии равна 0,015. Найти вероятность того, что из партии будет изъята набракованная деталь.

2) Для отправки груза из склада может быть выделено по одной из двух машин различного вида. Вероятность их прихода соответственно равна 0,2 и 0,4.

3) На одной полке стоит 12 книг, две из которых – сборники стихов, а на другой – 15 книг, три из которых – сборники стихов. Наугад берут с полки по одной книге. Какова вероятность того, что обе книги окажутся сборниками стихов?

4) В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

5) В специализированную больницу поступают в среднем 50 % больных с заболеванием К, 30 % - с заболеванием Н, 20% - с заболеванием М. вероятность полного излечения от болезни К равна 0,7, для болезней Н и М эта вероятность соответственно равна 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием К.

3 Вариант.

1) Вероятность выигрыша, приходящаяся на один билет в школьной лотерее, равна $\frac{2}{121}$. Какова вероятность получения невыигрышного билета в этой лотерее?

2) В коробке лежат 24 одинаковые авторучки. Из них 13 красные, 5 зеленые, остальные — синие. Продавец наудачу достает одну авторучку. Найдите вероятности событий «извлеченная ручка не красная».

3) В мешке находится 5 белых шаров и 3 черных. Из мешка наугад вынимают один шар. Его цвет записывают, шар возвращают в мешок и шары перемешивают. Затем снова из мешка вынимают один шар. Какова вероятность того, что оба раза будут вынуты черные шары?

4) В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

5) У рыбака имеется три излюбленных места для ловли рыбы, которые он посещает с равной вероятностью каждое. Если он закидывает удочку в первом месте, рыба клюет с вероятностью 0,6; во втором месте – с вероятностью 0,9; в третьем – с вероятностью 0,7. Рыбак, выйдя на ловлю рыбы, закинул удочку, и рыба клюнула. Найти вероятность того, что он удил рыбу в первом месте.

4 Вариант.

1) В ящике лежат 3 белых, 4 черных и 5 красных шаров. Какова вероятность того, что наугад вынутый шар окажется не красным?

2) Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор работает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

3) В мешке находится 5 белых шаров и 3 черных. Из мешка наугад вынимают один шар. Его цвет записывают, шар возвращают в мешок и шары перемешивают. Затем снова из мешка вынимают один шар. Какова вероятность того, что оба раза будут вынуты белые шары?

4) Электрические лампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит45% общего количества электроламп, второй – 40%, третий – 15%. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего – 81%. В магазин поступает продукция всех трех заводов. Какова вероятность того, что купленная в магазине лампа окажется стандартной?

5) Пассажир может обратиться за билетом в одну из трех касс. Вероятности обращения в каждую кассу зависят от их места расположения и равны соответственно 0,3, 0,6 и 0,1. Вероятность того, что к моменту прихода пассажира имеющиеся в кассе билеты будут распроданы, равна для первой кассы 0,4, для второй 0,6, для третьей 0,2. Пассажир направился за билетом в одну из касс и приобрел билет. Найти вероятность того, что это была третья касса.

5 Вариант.

1) Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что на обеих костях не выпало два одинаковых числа очков?

2) Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго—0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.

3) Монету бросили три раза подряд. Какова вероятность того, что каждый раз выпадет решка?

4) В магазине бытовой техники продаются телевизоры трех производителей: Samsung – 50%, LG – 30 %, Sony – 20%/ вероятность поломки в течении гарантийного срока для них составляет 0,05, 0,03 и 0,06 соответственно. Найти вероятность того, что купленный в магазине телевизор не потребует ремонта в течении гарантийного срока.

5) Три организации поставили в контрольное управление счета для выборочной проверки: первая 15 счетов, вторая – 10, третья – 25. Вероятности правильного оформления счетов у этих организаций соответственно таковы: 0,9; 0,8; 0,85. Был выбран один счет, и он оказался правильным. Определить вероятность того, что этот счет принадлежит второй организации.

Вопросы для самоконтроля.

1. Чему равна сумма вероятностей двух противоположных событий?
2. Чему равна вероятность суммы двух несовместных событий?
3. Что называют условной вероятностью? Как её вычислить?
4. Чему равна вероятность двух зависимых событий?
5. Что называют условной вероятностью? Как вычислить условную вероятность?
6. Формула полной вероятности.
7. Чему равна вероятность гипотезы после испытания?

Практическая работа №7

Название работы: Вычисление полной вероятности. Формула Бернулли.

Цель работы: Приобрести навыки применения формул и схемы Бернулли при решении вероятностных задач.

Исходные данные (задание):

Задача 1. Игральная кость брошена 6 раз. Найти вероятность того, что ровно 3 раза выпадет «шестерка».

Задача 2. Монета бросается 6 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет не более, чем 2 раза.

Задача 3. Аудитор обнаруживает финансовые нарушения у проверяемой фирмы с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что среди 4 фирм-нарушителей будет выявлено больше половины.

Задача 4. Монета подбрасывается 3 раза. Найти наиболее вероятное число успехов (выпадений герба).

Задача 5. В результате каждого визита страхового агента договор заключается с вероятностью 0,1. Найти наивероятнейшее число заключенных договоров после 25 визитов.

Задача 6. Известно, что процент брака для некоторой детали равен 0,5%. Контролер проверяет 1000 деталей. Какова вероятность обнаружить ровно три бракованные детали? Какова вероятность обнаружить не меньше трех бракованных деталей?

Задача 7. Вероятность покупки при посещении клиентом магазина составляет p=0,75. Найти вероятность того, что при 100 посещениях клиент совершит покупку ровно 80 раз.

Задача 8. Страховая компания заключила 40000 договоров. Вероятность страхового случая по каждому из них в течение года составляет 2%. Найти вероятность, что таких случаев будет не более 870.

Задача 9. Вероятность появления события в каждом из 400 независимых испытаний равна 0,8. Найти такое положительное число □, чтобы с вероятностью 0,99 абсолютная величина отклонения относительной частоты появления события от его вероятности не превышала □.

Задача 10. Курс акции за день может подняться на 1 пункт с вероятностью 50%, опуститься на 1 пункт с вероятностью 30% и остаться неизменным с вероятностью 20%. Найти вероятность того, что за 5 дней торгов курс поднимется на 2 пункта.

Порядок выполнения:

5. Познакомиться с теоретическим материалом
6. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
7. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.
8. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

Литература:

1. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для студентов СПО. – М.: Академия, 2017. – 352 с.

Тема 2.3. Дискретные случайные величины

Практическая работа №8

Название работы: Решение задач на запись распределения ДСВ.

Цель работы: Приобрести навыки решении вероятностных задач на запись распределения ДСВ.

Порядок выполнения работы

Задание 1.

- Ознакомиться с лекцией и ответить письменно на вопросы:

1. Что называется случайной величиной? Что называется дискретной случайной величиной?
2. Что называется законом распределения дискретной случайной величины?
3. Какие числовые характеристики ДСВ вы знаете?
4. Какими свойствами обладают математическое ожидание и дисперсия?

- Записать в тетрадь решение задач на числовые характеристики ДСВ

Лекция

Определение дискретной случайной величины

Различают два вида случайных величин: дискретные и непрерывные.

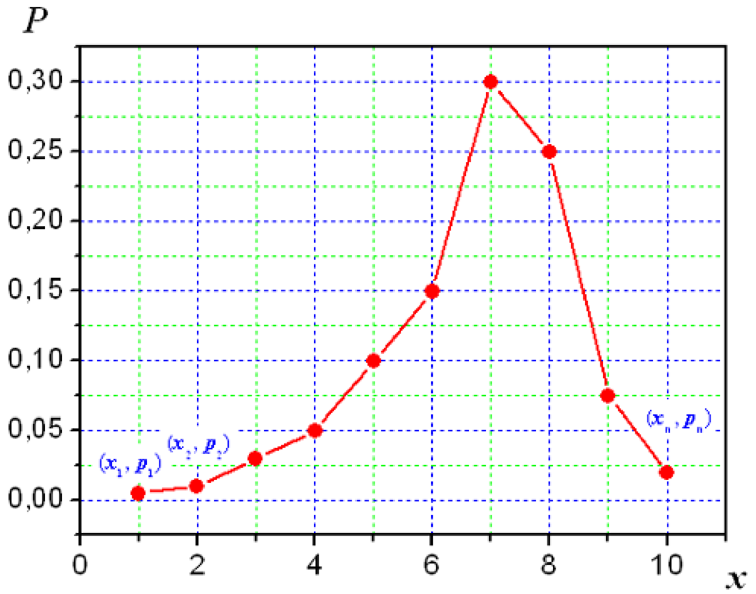
Определение: Случайной называется величина, которая в результате испытания принимает только одно значение из возможного множества своих значение, наперед неизвестное и зависящее от случайных причин.

Определение: Случайная величина X называется ***дискретной*** (прерывной), если

множество ее значений конечное или бесконечное, но счетное.
Другими словами, возможные значения дискретной случайной величину можно перенумеровать.
Описать случайную величину можно с помощью ее закона распределения.
Определение: ***Законом распределения дискретной случайной величины*** называют соответствие между возможными значениями случайной величины и их вероятностями.
Закон распределения дискретной случайной величины X может быть задан в виде таблицы, в первой строке которой указаны в порядке возрастания все возможные значения случайной величины, а во второй строке соответствующие вероятности этих значений, т.е.

x				
p				

где p1+ p2+…+ pn=1
Такая таблица называется рядом распределения дискретной случайной величины.
Если множество возможных значений случайной величины бесконечно, то ряд p1+ p2+…+ pn+… сходится и его сумма равна 1.
Закон распределения дискретной случайной величины X можно изобразить графически, для чего в прямоугольной системе координат строят ломаную, соединяющую последовательно точки с координатами (xi;pi), i=1,2,…n. Полученную линию называют ***многоугольником распределения:***



Закон распределения дискретной случайной величины X может быть также задан аналитически (в виде формулы):
P(X=xi)=φ(xi),i =1,2,3…n
Числовые характеристики дискретной случайной величины.
Основными характеристиками ДСВ являются математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратическое отклонение.
Характеристикой среднего значения случайной величины служит математическое ожидание.
Математическим ожиданием дискретной случайной величины называют сумму произведений всех ее возможных значений на их вероятности:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \cdots + x_n \cdot p_n$$

Свойства математического ожидания:
1. Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной:
$M(C) = C$

2. Постоянный можно выносить за знак математического ожидания:
$M(CX) = CM(X)$
3. Математическое ожидание произведения взаимно независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий сомножителей:
$M(X_1 \cdot X_2 \cdot ... \cdot X_n) = M(X_1) \cdot M(X_2) \cdot ... \cdot M(X_n)$
4. Математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий слагаемых:
$M(X_1 + X_2 + ... + X_n) = M(X_1) + M(X_2) + ... + M(X_n)$
(для разности аналогично)
Характеристиками рассеяния возможных значений случайной величины вокруг математического ожидания служат, в частности, дисперсия и среднее квадратичное отклонение.
Дисперсией случайной величины X называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания:
$D(X) = M[X - M(X)]^2$
Дисперсию удобно вычислять по формуле:
$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$
Свойства дисперсии:
1. Дисперсия постоянной равна нулю:
$D(C) = 0$
2. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, предварительно возведя его в квадрат:
$D(CX) = C^2 D(X)$
3. Дисперсия суммы (разности) независимых случайных величин равна сумме дисперсий слагаемых:
$D(X_1 \pm X_2 \pm ... \pm X_n) = D(X_1) + D(X_2) + ... + D(X_n)$
4. $D(X + C) = D(X)$
Средним квадратичным отклонением случайной величины называют квадратный корень из дисперсии:
$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$
Рассмотрим следующие задачи.
1.Математическое ожидание и дисперсия СВ X соответственно равны 0,5 и 5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $2X - 3$.
Решение.
Согласно свойствам математического ожидания и дисперсии, получаем:
$M(2X - 3) = M(2X) + M(-3) = 2M(X) - 3 = 2 \cdot \frac{1}{2} - 3 = 1 - 3 = -2$
$D(2X - 3) = 4 \cdot D(X) = 4 \cdot 5 = 20$
2. Случайные величины X и Y независимы, причем $D(X) = 3$ и $D(Y) = 5$. Найти $D(Z)$, если $Z = 4 \cdot X - 5 \cdot Y + 3$.
Решение.
На основании свойств дисперсии получаем:
$D(Z) = D(4 \cdot X - 5 \cdot Y + 3) = 16 \cdot D(X) + 25 \cdot D(Y) = 16 \cdot 3 + 25 \cdot 5 = 48 + 125 = 173$
3. Закон распределения ДСВ X задан таблицей распределения

x_i	1	2	3	4
p_i	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	c

Найти: c, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$, $P\{X<3\}$.
1) Так как $\sum_{i=1}^{4} p_i = 1$, т.е. $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + c = 1$, следовательно

$c = 1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{24-3-6-8}{24} = \frac{7}{24}$

Т.о. закон распределения примет вид

x_i	1	2	3	4
p_i	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{24}$

$$M(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i \cdot p_i = 1 \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{3} + 4 \cdot \frac{7}{24} = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + 1 + \frac{7}{6} = \frac{3+12+24+28}{24} = \frac{67}{24};$$

2) Для вычисления дисперсии воспользуемся формулой:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$$

Сначала найдем математическое ожидание ДСВ X^2 для этого составим закон распределения этой СВ. Напоминаю, что для этого необходимо каждое значение ДСВ X возвести в квадрат, а вероятности оставляем прежними. При одинаковых значениях ДСВ вероятности складываем.

$$M(X^2) = 1 \cdot \frac{1}{8} + 4 \cdot \frac{1}{4} + 9 \cdot \frac{1}{3} + 16 \cdot \frac{7}{24} = \frac{1}{8} + 1 + 3 + \frac{14}{3} = \frac{3+96+112}{24} = \frac{211}{24};$$

$$D(X) = \frac{211}{24} - \left(\frac{67}{24}\right)^2 = \frac{24 \cdot 211 - 67^2}{24^2} = \frac{5064-4489}{576} = \frac{575}{576};$$

3) Найдем среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{\frac{575}{576}} = \frac{5\sqrt{23}}{24}$$

4) $P\{X<3\} = P\{X=1\} + P\{X=2\} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

4. Функция распределения ДСВ X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ 0{,}2, & 0 < x \le 1, \\ 0{,}6, & 1 < x \le 2 \\ 0{,}9, & 2 < x \le 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Найти: $M(X),\ M(X^2)\ D(X),\ \sigma(X).$

Решение.

Составляем закон распределения ДСВ X (т.е. выполняем операцию обратную той, которую мы делали в предыдущей статье)

x_i	0	1	2	3
p_i	0,2	0,4	0,3	

Составляем закон распределения ДСВ X^2

	0	1	4	9
p_i	0,2	0,4	0,3	

5. Независимые случайные величины X и Y заданы таблицами распределения вероятностей

	10	20
p_i	0,2	

	30	40	50
p_i		0,3	0,2

Найти двумя способами:

1. Составив предварительно таблицу распределения СВ ;
2. Используя правило сложения дисперсий.

Решение.

Составим таблицу распределения ДСВ .
Найдем

10+30=40	20+30=50
10+40=50	20+40=60
10+50=60	20+50=70

Т.о. значения ДСВ Z таковы:
Найдем соответствующие им вероятности:
Получаем ряд распределения СВ Z

	40	50	60	70
p_i				

2. Используя правило сложения дисперсий:
$D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2$

Задачи для самостоятельного решения
Задание 2. Решите предложенные задачи на вычисление числовых характеристик ДСВ
Задание 1. Составить закон распределения случайной величины X .
Для заданного закона распределения найти М(x), Д(x), (x).
п – порядковый номер учащегося по списку в журнале.

x_i	п – 10	п – 6	п – 2	п	п + 1	п + 3	п + 5	п + 8
p_i	0,17	0,03	0,16	0,07	0,12	0,4	0,04	0,01

Задание 2. Составить закон распределения случайной величины X. Найти числовые характеристики случайной величины x (x – выигрыш владельца одного лотерейного билета).

- В лотерее разыгрываются N билетов;
- m из них выигрывают по A рублей;
- k из них выигрывают по B рублей;
- p из них выигрывают по C рублей.

Задание 3. Найти числовые характеристики случайной величины “x”. Варианты:
Контроль знаний обучающихся:

- проверить практическую работу;

Требования к оформлению практической работы:
Задание должно быть выполнено в тетради для практических работ
Работу сдать после занятия

Тема 2.4. Непрерывные случайные величины

Практическая работа №9

Название работы: Решение задач на формулу геометрического определения вероятности.
Цель работы: вычисление вероятностей событий по классической формуле определения вероятности и по формуле геометрической вероятности, вычисление вероятностей совместных событий, определение вероятности по формулам суммы и произведения

Основные понятия.

1 Событие называется случайным или возможным, если в результате опыта оно может произойти, а может и не произойти

2 Событие, которое в данных условиях обязательно произойдет, называется достоверным

3 Событие, которое в данных условиях не может произойти, называется невозможным

4 События называются равновозможными, если ни одно из них не является более возможным, чем другие

5 События называются совместными, если появление одного из них не исключает появления другого

6 События называются несовместными, если появление одного из них исключает появление другого

7 Два несовместных события, из которых одно обязательно произойдет, называются противоположными

8 Несколько несовместных событий образуют полную группу, если в результате опыта одно из них обязательно происходит

9 Пусть произведена серия из n опытов, в каждом из которых некоторое событие A может появиться или не появиться. Допустим событие A появилось m раз. Относительной частотой события А называется отношение числа m появлений события к числу n всех произведенных опытов.

10 Вероятностью события А называется отношение числа m благоприятствующих этому событию случаев к общему числу n всех единственно возможных и равновозможных случаев: $P(A)=\frac{m}{n}$.Случай называется благоприятствующим некоторому событию, если появление этого случая влечет за собой появление данного события

11 На практике часто встречаются испытания, исходы которых являются или не равновозможными или их число бесконечно. Множество исходов испытания такого типа бесконечно, оно может быть иллюстрировано геометрически в виде совокупности точек отрезка прямой, плоской фигуры или пространственного тела. Такую схему испытаний принято называть геометрической. Тогда геометрическая вероятность $P=\frac{mesg}{mesG}$, где $mesg$ и $mesG$ есть меры соответствующих областей, выраженные в единицах длины, площади или объема

12 Суммой А+В двух событий А и В называют событие, состоящее в том, что произошло хотя бы одно из событий А и В. Суммой нескольких событий, соответственно, называется событие, заключающееся в том, что произошло хотя бы одно из этих событий

13 Произведением АВ событий А и В называется событие, состоящее в том, что произошло и событие А, и событие В. Аналогично произведением нескольких событий называется событие, заключающееся в том, что произошли все эти события

14 Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A + B) = P(A) + P(B)$

15 Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления: $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

16 Вероятность события В, вычисленная при условии, что имело место другое событие А, называется условной вероятностью события В.

17 Вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого при условии, что первое событие произошло.

18 Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

19 Вероятность появления хотя бы одного из событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$, независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \ldots, \bar{A}_n$

Примеры выполнения:

1 **Исходные данные:** набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Какова вероятность того, что набраны нужные цифры?

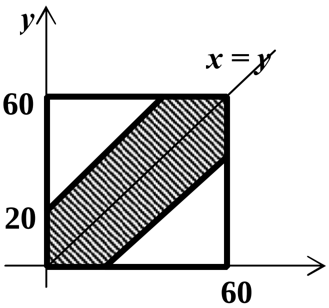
Решение:

Обозначим через А = набран правильный номер.

Всего цифр 10 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Количество комбинаций вычисляется по формуле размещений без повторений, т. к. из 10 цифр выбираем 2, порядок следования цифр имеет значение, а по условию цифры различны. Значит, количество возможных исходов = $A_{10}^2 \square \frac{10}{8} \square$ $9\square 10 \square 90$, а благоприятный исход только один – правильный номер.

Ответ: $P(A) \square \frac{1}{90}$

2 **Исходные данные:** в сигнализатор поступают сигналы от двух устройств, причем поступление каждого из сигналов равновозможно в любой момент промежутка времени длительностью 1 час. Моменты поступления сигналов независимы один от другого. Сигнализатор срабатывает, если разность между моментами поступления сигналов меньше 20 мин. Найти вероятность того, что сигнализатор сработает за час, если каждое из устройств пошлет по одному сигналу.



Решение:

Обозначим моменты поступления сигналов первого и второго устройств через x и y. Графически отобразим время поступления сигналов (x<60 мин., y<60 мин.). Получим квадрат – это возможные исходы поступления сигналов. Если сигналы поступили

20 *x* одновременно, то это диагональ квадрата. Благоприятные исходы – заштрихованная область, т. к. сигналы фиксируются, если

| | $S_{заштрих}$ $60\square 60 \square 0{,}5\square 40\square 40 \square 0{,}5\square 40\square 40$ 2000 5 $x\square y \square 20$. Тогда $P \square \square \square \square$

$S_{квадрата}$ $60\square 60$ 3600 9

Ответ: $P \square \frac{5}{9}$

3 Исходные данные: Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка 0,7, а для второго - 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков

Решение:

Если в мишень попадает только один из стрелков, значит это или первый, или второй. Обозначим через А = мишень поразил первый стрелок, тогда второй стрелок в мишень не попал, через В = мишень поразил второй стрелок, а первый промахнулся, т. к. оба стрелка стреляли одновременно. Вероятность попадания первого стрелка $p_1 = 0{,}7$, промаха $q_1 = 1 – 0{,}7 = 0{,}3$, второго стрелка $p_2 = 0{,}8$, $q_2 = 1 – 0{,}8 = 0{,}2$. $P(A) = p_1q_2; P(B) = p_2q_1$.

Попадание одного стрелка не зависит от попадания другого. Следовательно имеем сумму независимых событий и $P(A + B) = P(A) + P(B)$ $P = 0{,}7\ 0{,}2 + 0{,}3\ 0{,}8 = 0{,}38$.

Ответ: $P\square 0{,}38$

Задания к практической работе.

1 Устройство состоит из четырех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за время t) первого, второго, третьего и четвертого элементов соответственно равны 0,5; 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что за время t безотказно будут работать только два элемента

2 Самолет бомбит объект, занимающий площадь 100□ м2. Зона бомбометания – эллипс с полуосями 200 м и 250 м. Определить вероятность прямого попадания в объект одной бомбой, если предполагать, что попадания бомб в любую точку зоны бомбометания равновозможны.

3 Определить число промахов, если известно, что произведено 16 выстрелов, а частота попадания равна $\frac{1}{4}$

4 Трое охотников одновременно выстрелили по лисе, которая была убита одной пулей. Определить вероятность того, что лиса убита третьим охотником, если вероятности попадания для них соответственно равны 0,2; 0,4; 0,6.

5 Автомобиль во время своего пути может остановиться по четырем причинам. Вероятности остановки по этим причинам соответственно равны 0,2; 0,4; 0,3; 0,7. Найти вероятность хотя бы одной остановки по какой-либо из причин

6 При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов

7 На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, т, м, р, с, о. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что из четырех, вынутых по одной и расположенных в одну линию карточках можно будет прочесть слове трос

8 В ящике 20 сигнальных ракет, из которых 6 красного цвета, остальные зеленого цвета. Какова вероятность того, что среди взятых наудачу пяти ракет 3 окажутся красного цвета?

9 Два студента условились встретиться в определенном месте между 13 и 15 часами дня. Пришедший первым ждет второго в течение 1/4 часа, после чего уходит. Найти вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент наудачу выбирает момент своего прихода (в промежутке от 12 до 13 часов)

10 Три стрелка производят по одному выстрелу в мишень с вероятностями попадания 0,7, 0,8 и 0,9. Какова вероятность того, что в мишени окажется не менее двух пробоин?.

11 Определить вероятность того, что наудачу взятое двузначное число будет начинаться цифрой 6, а заканчиваться цифрой, не превышающей 3

12 Три стрелка производят по одному выстрелу в мишень с вероятностями попадания 0,7, 0,8 и 0,9. Какова вероятность того, что в мишени окажется хотя бы одна пробоина?

13 Внутрь круга радиуса R наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг квадрата

14 На соревновании по метанию ядра приехали 2 спортсмена из Великобритании, 2 из Испании и 4 из Швейцарии. Порядок выступлений определяется жребием. Найдите вероятность того, что восьмым будет выступать спортсмен из Испании.

15 Два охотника соревнуются: кто подстрелит больше уток при двух выстрелах, тот и победит. Вероятность попадания первого охотника в утку равна 0,5, второго - 0,6. Какова вероятность того, что выиграет первый охотник? Считать, что при одном выстреле можно убить только одну утку.

16 В квадрате АВСД случайным образом выбирается точка X. Найдите вероятность того, что эта точка принадлежит трапеции АМСД, где точка М делит отрезок СВ в отношении 1:2, считая от точки В

17 В ящике 10 деталей, среди которых шесть окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 4 детали. Найти вероятность того, что все извлеченные детали окажутся окрашенными

18 Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5

19 В урне три красных и четыре синих кубика, одинаковых по своим размерам. Два игрока поочередно извлекают по одному кубику, не возвращая их обратно. Определить вероятность того, что первый игрок достанет красный кубик раньше второго

20 В квадрате АВСД случайным образом выбирается точка X. Найдите вероятность того, что эта точка принадлежит трапеции АМСД, где точка М середина стороны ВС

21 Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются 4 билета в театр, причем каждый может выиграть только один билет. Найти вероятность того, что билеты выиграют 3 юноши и 1 девушка

22 Два парохода должны подойти к одному и тому же причалу для заправки. Время прихода обоих пароходов независимо и равновозможно в течение данных суток. Определить вероятность того, что одному из пароходов придется ожидать освобождение причала, если время заправки первого парохода -
1 час, а второго - 2 часа

23 Определить число промахов, если известно, что произведено 16 вы-
стрелов, а частота попадания равна $\frac{3}{8}$

24 Два поезда должны подойти к вокзалу в течение 30 минут. Время стоянки первого поезда - 10 минут, второго поезда - 15 минут. Определить вероятность того, что эти поезда встретятся на вокзале

25 В ящике 10 деталей, среди которых шесть окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 4 детали. Найти вероятность того, что все извлеченные детали окажутся окрашенными

26 Два грузовика приезжают к одному и тому же складу для погрузки. Время их прибытия независимо и равновозможно в течение 12 часов. Определить вероятность того, что одному из грузовиков придется ожидать освобождения склада, если время погрузки первого грузовика 2 часа, а второго - 4 часа

27 В магазин привезли 100 чипов, причем известно, что 5 из них с дефектами. Покупатель берет 10 чипов. Определить вероятность, что среди этих 10 чипов 1 с дефектом

28 Молодой человек и девушка условились встретиться в определенном месте между 19 и 20 часами вечера. Если молодой человек приходит первым, то ждет девушку 40 минут, если же девушка приходит первой, то ждет молодого человека 5 минут. Найти вероятность того, что они не встретятся

29 Вероятность забросить мяч в корзину для баскетболиста равна 2/3. Сколько нужно сделать бросков, чтобы с вероятностью не менее 0,95 быть уверенным в том, что мяч хотя бы один раз окажется в корзине?

30 Определить число промахов, если известно, что произведено 16 выстрелов, а частота попадания равна 1

31 Стрелок производит один выстрел в мишень, состоящую из центрального круга и двух концентрических колец. Вероятности попадания в круг и кольца соответственно равны 0,2; 0,15, 0,1. Определить вероятность непопадания в мишень

32 Для поражения цели при стрельбе в данных условиях достаточно одного попадания. Определить расход снарядов для выполнения огневой задачи с вероятностью 75%, если вероятность попадания при одном выстреле 5%

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):
методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия

Порядок выполнения:

5. Познакомиться с теоретическим материалом
6. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
7. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.

8. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

Литература:

1. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для студентов СПО. – М.: Академия, 2017. – 352 с.

Практическая работа №10

Название работы: Вычисление вероятностей и нахождение характеристик для НСВ с помощью функции плотности и интегральной функции распределения.

Цель работы: Приобрести навыки применения формул Хартли и Шеннона при решении статистических задач.

Исходные данные (задание):

1. В корзине лежат 32 клубка красной и черной шерсти. Среди них 4 клубка красной шерсти. Сколько информации несет сообщение, что достали клубок красной шерсти?
2. В корзине лежат 32 клубка красной и черной шерсти. Среди них 4 клубка красной шерсти. Сколько информации несет сообщение, что достали клубок шерсти любой окраски?
3. В коробке лежат 64 цветных карандаша. Сообщение о том, что достали белый карандаш, несет 4 бита информации. Сколько белых карандашей было в коробке?
4. В течение четверти ученик получил 100 оценок. Сообщение о том, что он получил четверку, несет 2 бита информации. Сколько четверок получил ученик за четверть?
5. В корзине лежат белые и черные шары. Среди них 18 черных шаров. Сообщение о том, что из корзины достали белый шар, несет 2 бита информации. Сколько всего в корзине шаров?
6. В непрозрачном мешочке хранятся 10 белых, 20 красных, 30 синих и 40 зеленых шариков. Какое количество информации будет содержать зрительное сообщение о цвете вынутого шарика?
7. В озере живут караси и окуни. Подсчитано, что карасей 1500, а окуней - 500. Сколько информации содержится в сообщениях о том, что рыбак поймал карася, окуня, поймал рыбу?

Порядок выполнения:

1. Познакомиться с теоретическим материалом
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.
4. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

Литература:

1. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для студентов СПО. – М.: Академия, 2017. – 352 с.

Тема 3.1. Выборки и их характеристики

Практическая работа №11

Название работы: Нахождение математического ожидания случайной величины

Цель работы: Приобрести навыки нахождение математического ожидания случайной величины.

Исходные данные (задание):

Цель - закрепление теоретического материала по изучению среднего квадратичного отклонения дисперсии дискретной случайной величины

Содержание работы

1.Определение среднего квадратичного отклонения

2.Пример решения задач.

3.Примеры для самостоятельного решения.

4.Рекомендуемая литература.

Методические указания

1. Дисперсия имеет размерность равную квадрату размерности случайной величины. Поэтому в тех случаях, когда желательно, чтобы оценка рассеяния имела размерность случайной величины, вычисляют не дисперсию, а среднее квадратическое отклонение: $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$.

Среднее квадратическое отклонение равно корню квадратному из дисперсии, поэтому его размерность равна размерности случайной величины. Например, если X выражается в линейных метрах, то $\sigma(X)$ тоже выражается в линейных метрах, а $D(X)$ – в квадратных метрах.

2. Пример:

Найти среднее квадратичное отклонение случайной величины X, заданной следующим законом распределения:

X	*2*	*4*	*6*	*8*
P	*0.2*	*0.15*	*0.35*	*0.3*

Решение.
Найдем математическое ожидание M(X):
$M(X)=2*0.2+4*0.15+6*0.35+8*0.3= 5.5$
Составим закон распределения случайной величины X^2:

X^2	*4*	*16*	*36*	*64*
P	*0.2*	*0.15*	*0.35*	*0.3*

$M(X^2)=4*0.2+16*0.15+36*0.35+64*0.3=0.8+2.4+12.6+19.2=35$
$D(X)=M(X^2)-M^2(X)=35-(5.5)^2=35-30.25=4.75$
Найдем среднее квадратичное отклонение: $\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{4.75} = 2.18$

Примеры для самостоятельного решения

1. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	1	2	4	5
P	0.31	0.1	0.29	0.3

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение, используя формулы для их определения.

2. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X:

x_i	10	20	30	40	50	60
p_i	0,24	0,36	0,20	0,15	0,03	0,02

.
Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение.

3. Случайная величина X задана следующим законом распределения:

x_I	1	3	6	8
p_I	0,2	0,1	0,4	0,3

найти $M(x)$ – математическое ожидание, $D(x)$ – дисперсию, $\sigma(x)$ – среднее квадратическое отклонение случайной величины

4. Найти среднее квадратическое отклонение случайной величины X , которая задана следующим рядом распределения:

X	2	3	10
P	0,1	0,4	0,5

Литература:

1. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для студентов СПО. – М.: Академия, 2017. – 352 с.

Практическая работа №12

Название работы: Вычисление дисперсии среднего квадратического отклонения случайной величины

Цель - закрепление теоретического материала по изучению среднего квадратичного отклонения дисперсии дискретной случайной величины

Содержание работы

1. Определение среднего квадратичного отклонения
2. Пример решения задач.
3. Примеры для самостоятельного решения.
4. Рекомендуемая литература.

Методические указания

Дисперсия имеет размерность равную квадрату размерности случайной величины. Поэтому в тех случаях, когда желательно, чтобы оценка рассеяния имела размерность случайной величины, вычисляют не дисперсию, а среднее квадратическое отклонение: $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$.
Среднее квадратическое отклонение равно корню квадратному из дисперсии, поэтому его размерность равна размерности случайной величины. Например, если X выражается в линейных метрах, то $\sigma(X)$ тоже выражается в линейных метрах, а $D(X)$ – в квадратных метрах.

2. Пример:

Найти среднее квадратичное отклонение случайной величины X, заданной следующим законом распределения:

X
2
4
6
8
P
0.2
0.15
0.35
0.3

Решение.
Найдем математическое ожидание M(X):
*M(X)=2*0.2+4*0.15+6*0.35+8*0.3= 5.5*

Составим закон распределения случайной величины X^2:

X^2
4
16
36
64
P
0.2
0.15
0.35
0.3

$M(X^2)=4*0.2+16*0.15+36*0.35+64*0.3=0.8+2.4+12.6+19.2=35$
$D(X)=M(X^2)-M^2(X)=35-(5.5)^2=35-30.25=4.75$

Найдем среднее квадратичное отклонение: $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{4.75}=2.18$

Примеры для самостоятельного решения

1. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X
1
2
4
5
P
0.31
0.1
0.29
0.3

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение, используя формулы для их определения.

2. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X:

x_i	10	20	30	40	50	60
p_i	0,24	0,36	0,20	0,15	0,03	0,02

.

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение.

3. Случайная величина X задана следующим законом распределения:

x_I
1
3
6
8
p_I
0,2
0,1

0,4
0,3

найти *M(x)* – математическое ожидание, *D(x)* – дисперсию, $\sigma(x)$ – среднее квадратическое отклонение случайной величины

4. Найти среднее квадратическое отклонение случайной величины X , которая задана следующим рядом распределения:

X
2
3
10
P
0,1
0,4
0,5

Тема 3.2 Элементы математической статистики

Практическая работа №13

Название работы: Сбор и группировка статистических данных.
Цель работы: Текущий контроль полученных знаний и умений**,** навыков применения формул и теорем математической статистики при решении задач.

Исходные данные (задание):

Задание №1 Социологические обследования дали следующие результаты. Из 1000 опрошенных людей 849 никогда не обращались за юридической консультацией, из них 649 занимаются предпринимательской деятельностью, а 200 работают на государственных предприятиях. И из 151 обращавшегося респондента 101 человек занимался предпринимательской деятельностью, а 50 – нет. По имеющимся данным:
построить таблицу сопряженности;
1) оценить условные и безусловные вероятности признаков;
2) оценить тесноту связи между признаками;
3) при уровне значимости проверить нулевую гипотезу о независимости исследуемых признаков;
4) изменится ли характер зависимости, если все данные увеличить в 25 раз?

Задание №2 Через каждый час измерялось напряжение в электросети. При этом были получены следующие значения (в вольтах): 227, 219, 215, 230, 232, 223, 220, 222, 218, 219, 222, 221, 227, 226, 226, 209, 211, 215, 218, 220, 216, 220, 221, 225, 224, 212, 217, 219, 220. Построить гистограмму, полигон частот, эмпирическую функцию распределения; оценить вероятность того, что напряжение не превосходит 220 В.

Порядок выполнения:

Познакомиться с теоретическим материалом
1. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
2. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.
3. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

Литература:

1. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для студентов СПО. – М.: Академия, 2017. – 352 с.

Тема 4.1 Основные понятия теории графов

Практическая работа № 14

Название работы: Графы. Способы задания графов. Степени вершин.

Цель работы: рассмотреть различные способы задания графа, закрепить навык вычисления степеней графа и составления матриц смежности и инциденций.

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия.

Порядок выполнения:

1. Ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме;
2. Входной контроль (письменно):

a) Что такое граф?
b) Что такое петля?
c) Какое ребро называется ориентированным?
d) Что такое неограф?
e) Что такое орграф?
f) Какие вершины называются смежными?
g) Что такое полный граф?
h) Способы задания графов. Приведите примеры.
i) Что такое матрица смежности?
j) Что такое матрица инцидентности?
k) Что такое маршрут? Что такое цикл?
l) Что такое цепь? Что такое путь?

3. Изучить схему решения задач;
4. Выполнить задания практической работы;
5. Сформулировать вывод.

Содержание отчета: отчет по практической работе должен содержать:
рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе.

Краткий теоретический материал.

1. Граф G - совокупность двух множеств: вершин V и ребер E, между которыми определено отношение инцидентности. Если |V(G)|=n, |E(G)|=m, то граф G есть (n,m) граф, где n - порядок графа, m - размер графа.
2. Каждое ребро e из E инцидентно ровно двум вершинам v', v'', которые оно соединяет. При этом вершина v' и ребро e называются инцидентными друг другу, а вершины v' и v'' называются смежными.
3. Ребро (v',v'') может быть ориентированным и иметь начало (v') и конец (v'') (дуга в орграфе).
4. Ребро (v,v) называется петлей (концевые вершины совпадают).
5. Граф, содержащий ориентированные ребра (дуги), называется орграфом.
6. Граф, не содержащий ориентированные ребра (дуги), называется неорграфом.
7. Ребра, инцидентные одной паре вершин, называются параллельными или кратными.
8. Конечный граф - число вершин и ребер конечно.
9. Пустой граф - множество ребер пусто (число вершин может быть произвольным).

10. Полный граф - граф без петель и кратных ребер, каждая пара вершин соединена ребром.

11. Локальная степень вершины - число ребер ей инцидентных.

12. В неографе сумма степеней всех вершин равна удвоенному числу ребер (лемма о рукопожатиях). Петля дает вклад, равный 2 в степень вершины.

13. В орграфе сумма входящих ребер всех вершин равна сумме исходящих ребер всех вершин и равна числу ребер графа.

14. Графы равны, если множества вершин и инцидентных им ребер совпадают.

15. Графы, отличающиеся только нумерацией вершин и ребер, называются изоморфными.

16. Способы задания графов:

a) явное задание графа как алгебраической системы;
b) геометрический;
c) матрица смежности;
d) матрица инцидентности

17. Матрица инцидентности: По вертикали указываются вершины, по горизонтали - ребра. aij=1 если вершина i инцидентна ребру j, в противном случае aij=0. Если ребро - петля, то aij=2. Матрицей инцидентности (инциденций) ориентированного графа называется матрица, для которой aij=1, если вершина является началом дуги , aij= – 1, если является концом дуги , в остальных случаях aij=0.

18. Матрица смежности - квадратная симметричная матрица. По горизонтали и вертикали - все вершины.aij= число ребер, соединяющее вершины i,j. Матрицей смежности ориентированного графа называется матрица, для которой aij=1, если вершина является началом дуги, в остальных случаях aij=0.19 Маршрут - последовательность ребер, в которых каждые два соседних ребра имеют общую вершину.

19. Маршрут, в котором начало и конец совпадают - циклический.

20. Маршрут в неографе, в котором все ребра разные - цепь.

21. Маршрут в орграфе, в котором все дуги разные - путь.

22. Вершины связанные, если существует маршрут из одной вершины в другую.

23. Связанный граф - если все его вершины связаны.

24. Плоский граф - граф с вершинами, расположенными на плоскости и непересекающимися ребрами.

25. Вершины графа, которые не принадлежат ни одному ребру, называются изолированными.

26. Дерево - связный граф без циклов.

Примеры решения.

1) Исходные данные:

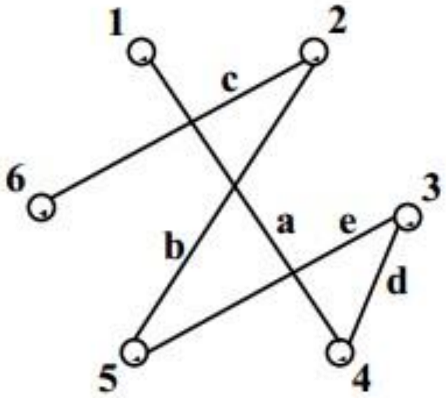
1. Задать неограф, представленный множеством вершин и ребер, графически и матрицами, преобразовать граф в плоский, вычислить степени его вершин.

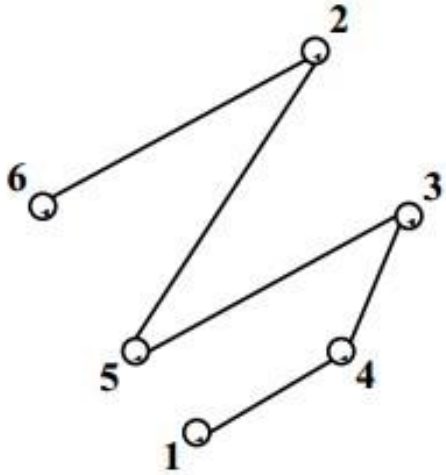
V = {1; 2; 3; 4; 5; 6};E = {a; b; c; d; e}

E = {(1; 4); (2; 5); (2; 6); (3; 4); (3; 5)}

Решение:

1. Изобразим граф, соединив вершины: Ребро a соединяет вершины 1 и 4, b соединяет вершины 2 и 5 и т. д. Затем преобразуем этот граф в плоский:





2. Составим матрицу смежности. В первом столбце и первой строке выпишем вершины. Ребру a инцидентны вершины 1 и 4, следовательно, в колонке 1 и строке 4 ставим 1, а также колонке 4 и строке 1 ставим 1. Ребру b инцидентны вершины 2 и 5, следовательно, в колонке 2 в строке 5 и колонке 5 строке 2 ставим 1 и т.д. Остальные ячейки таблицы содержат нули.

3. Составим матрицу инцидентности. В первом столбце выпишем вершины, первой строке – ребра. Ребру a инцидентны вершины 1 и 4, следовательно, в колонке a в строке 1 и строке 4 ставим 1. Ребру b инцидентны вершины 2 и 5, следовательно, в колонке b в строке 2 и строке 5 ставим 1 и т.д.

Остальные ячейки таблицы заполняем нулями.

Матрица смежности

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	0	0	1	1
3	0	0	0	1	1	0
4	1	0	1	0	0	0
5	0	1	1	0	0	0
6	0	1	0	0	0	0

Матрица инцидентности

	a	b	c	d	e
1	1	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0
3	0	0	0	1	1
4	1	0	0	1	0
5	0	1	0	0	1
6	0	0	1	0	0

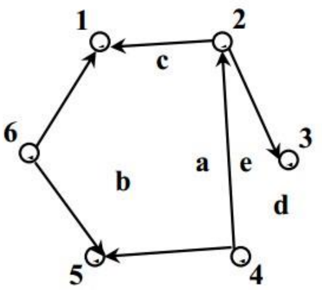
4. Вычислим степени вершин:

ρ (1) = 1ρ (2) = 2ρ (3) = 2ρ (4) = 2ρ (5) = 2ρ (6) = 1 ρ (1) + ρ (2) + ρ (3) + ρ (4) + ρ (5) + ρ (6) = 10 = 2 · q q = 5 (ребер 5)

2) Исходные данные: Задать граф, представленный матрицей инцидентности, алгебраически, графически и матрицей смежности, преобразовать граф в плоский, вычислить степени его вершин.

	a	b	c	d	e	f
1	-1	-1	0	0	0	0
2	1	0	-1	1	0	0
3	0	0	0	-1	0	0
4	0	0	1	0	1	0
5	0	0	0	0	-1	-1
6	0	1	0	0	0	1

1. Количество вершин – 6. V = {1; 2; 3; 4; 5; 6}.
2. Ребро a выходит из вершины 2, т.к. в ячейке (2; 1) стоит 1, а приходит в вершину 1 (в ячейке (1; 1) находится -1) и т.д.
   Получим множество E = {(2; 1); (6; 1); (4; 2); (2; 3); (4; 5); (6; 5)}
3. Изобразим граф, соединив вершины, этот граф уже плоский, т.к. ребра не пересекаются:



4. Составим матрицу смежности.

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	0	0
2	1	0	1	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	1	0
5	0	0	0	0	0	0
6	1	0	0	0	1	0

5. Вычислим степени вершин:
   p_1 -степени полувхода, p_2 - степени полуисхода.

   $\rho 1\ (1) = 0$ $\rho 1\ (2) = 2$ $\rho 1\ (3) = 0$ $\rho 1\ (4) = 2$ $\rho 1\ (5) = 0$ $\rho 1\ (6) = 2$

   $\rho 2\ (1) = 2$ $\rho 2\ (2) = 1$ $\rho 2\ (3) = 1$ $\rho 2\ (4) = 0$ $\rho 2\ (5) = 2$ $\rho 2\ (6) = 0$

ρ1 (1) + ρ1 (2) + ρ1 (3) + ρ1 (4) + ρ1 (5) + ρ1 (6) = 6 ρ2 (1) + ρ2 (2) + ρ2 (3) + ρ2 (4) + ρ2 (5) + ρ2 (6) = 6 q = 6 (ребер 6)

Задания для практической работы.

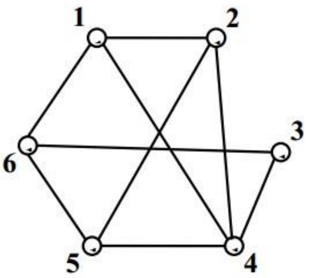
Задать неограф/орграф, представленный множеством вершин и ребер, графически и матрицами, преобразовать граф в плоский, вычислить степени его вершин.

1 вариант.

1 Орграф V = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

E = {(1; 3); (1; 6); (2; 5); (3; 2); (3; 4); (4; 1); (4; 5); (5; 3); (6; 2)}

2



7 3

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	1	1	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	1	1	0	0	0
4	0	1	0	0	0	0	0	1	1
5	0	0	0	1	1	0	1	0	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0	1

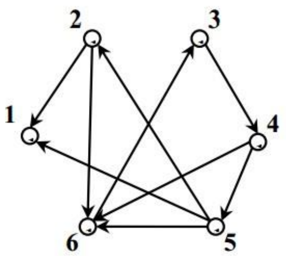
8

2 вариант.

1. 3НеографV = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

E = {(1; 2); (1; 5); (2; 3); (3; 1); (3; 4); (4; 2); (4; 5); (4; 6); (5; 3)}

2. 4



3.

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	0	1	1
2	1	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	0	1
4	0	0	1	0	1	0
5	1	1	0	1	0	1
6	1	0	1	0	1	0

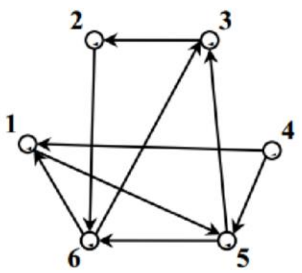
9ОрграфV = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

E = {(1; 4); (1; 5); (2; 1); (2; 3); (3; 4); (4; 2); (4; 6); (5; 2); (6; 2)}

3 вариант.

3.

1. 15



2. 16 НеографV = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

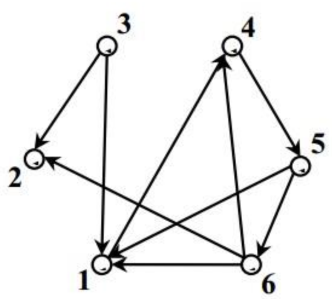
E = {(1; 3); (1; 6); (2; 3); (2; 5); (3; 4); (4; 2); (4; 5); (4; 6); (5; 1)}

13

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	-1	-1	0	0	0	1	0
3	1	0	1	0	-1	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0	1	-1	0	0
5	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1
6	0	1	0	0	1	-1	0	0	0

4 вариант.

1. 22



2. 23ОрграфV = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

E = {(1; 3); (1; 6); (2; 3); (3; 4); (3; 6); (4; 2); (4; 5); (5; 1); (6; 2)}

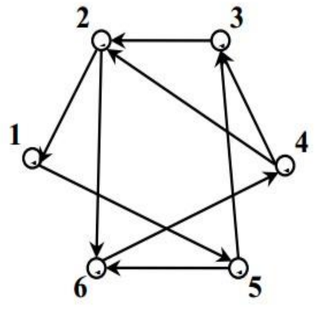
3. 21

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	-1	-1	0	0	0	0	0	1	0
2	1	0	-1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	-1	0	0	1	0	-1
4	0	0	1	0	1	0	0	0	1
5	0	0	0	0	-1	-1	0	1	0
6	0	1	0	0	0	1	-1	0	0

5 вариант.

1

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	-1	-1	0	0	0	1	0
3	1	0	1	0	-1	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0	1	-1	0	0
5	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1
6	0	1	0	0	1	-1	0	0	0

2. 

3. 29 НеографV = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

E = {(1; 2); (1; 3); (2; 4); (2; 5); (3; 5);

(4; 3); (4; 5); (4; 6); (5; 1)}